

强师背景下导数在中学数学教学中的应用及师范生能力培养路径

李纳, 王德艳

周口师范学院数学与统计学院, 河南周口, 中国

【摘要】在新时代基础教育强师计划的战略导向下, 中学数学导数教学对师范生的专业能力提出更高要求。本文基于《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》, 通过分析导数教学面临的认知障碍、方法局限、应用脱节等核心问题, 结合高考命题趋势剖析导数在函数单调性、极值最值、不等式证明中的解题逻辑, 创新设计融合几何直观与信息技术的教学案例。重点探讨师范生教学能力培养路径: 通过强化知识融合能力(跨学科教学设计)、场景转化能力(实际问题抽象建模)、技术整合能力(Geogebra/MATLAB可视化)、数学思想渗透能力(数形结合与分类讨论), 构建“理论-实践-反思”的培养闭环。研究表明, 师范生需在掌握学科本质的基础上, 发展课程转化与学情诊断能力, 以支撑新课改下学生数学核心素养的培育。

【关键词】强师计划; 导数教学; 师范生培养; 教学能力; 中学数学

【基金项目】河南省教师教育课程改革研究项目“强师背景下师范生实践教学能力提升研究”(项目编号: 2024JSJYB-053); 周口师范学院教育教学改革研究重点项目“中学数学教育与大学数学教育深度衔接实践探索”(项目编号: J2023003)

1. 引言

随着《新时代基础教育强师计划》的深入实施, 中学数学教师培养被赋予新的时代内涵。导数作为微积分的核心概念, 在函数分析、物理建模、经济预测等领域具有基础性作用。《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》^[1](以下简称《新课标》)明确要求“发展学生数学抽象、逻辑推理和数学建模素养”, 这对师范生的教学能力提出多维挑战。当前研究表明, 导数教学仍存在显著困境: Gavilán 等发现教师对数字技术的运用深度影响学生概念建构^[2]; 李文磊基于 APOS 理论指出, 学生需经历活动

(Action)、过程(Process)、对象(Object)、图式(Scheme)四阶段才能实现概念内化^[3]。在此背景下, 探索导数教学与师范生能力培养的融合路径, 对推进数学教育质量提升具有迫切意义。近年来, 不少学者从不同角度提出了导数教学的改进策略, 如庄建茹系统探讨了导数在高中数学解题中的多样化应用路径, 赵晓斌则强调了师范生信息技术融合能力培养的现实意义, 这些成果为本研究提供了重要借鉴^[4-5]。

2. 导数教学的核心困境与师范生能力短板

新课改虽已全面推行, 但中学导数教学

仍面临深层矛盾, 这些矛盾恰是师范生能力培养的切入点。深入分析这些困境并提出有针对性的改进策略, 是提升师范生教学能力的起点。

2.1 认知转化能力不足

导数概念的抽象性构成了教学过程中的首要障碍。师范生往往难以将抽象的极限思想转化为适合中学生理解的教学语言, 这直接导致学生在学习过程中陷入机械记忆的困境。相关调研数据显示, 约 65% 的学生无法解释 $f'(x_0)$ 的几何意义与变化率本质的关联。其根源在于师范生缺乏“认知降维”能力——未能依据学情搭建阶梯式认知支架。例如在解释“瞬时变化率”时, 若仅呈现形

式化定义 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, 而未通过位移-时间动画

演示平均速度到瞬时速度的转化过程, 学生极易产生认知断层。这一现象深刻反映出师范生对导数概念的哲学基础和发生发展过程理解不够深入, 未能准确把握数学概念教学应遵循的“历史序、逻辑序、认知序”三序合一原则。因此, 在师范生培养过程中, 必须加强对其数学史和数学哲学素养的系统训练, 使其能够深入浅出地揭示导数概念的本质, 让学生真正理解导数的内涵。

2.2 技术整合能力薄弱

《新课标》明确强调“信息技术与课程深度融合”，但在实际教学中，师范生普遍存在工具应用能力缺失的问题。西班牙学者的对比实验结果表明，在使用动态几何软件的课堂中，学生对导数概念的理解深度能够提升40%^[1]。然而在现实教学场景中，师范生常常将 Geogebra 演示简化为静态投影，未能充分发挥其交互探究功能。例如，在讲授某个函数的导数时，如果仅仅展示预设的切线滑动动画，而不是引导学生自主调节点的坐标来观察斜率的变化规律，就错失了培养学生直观想象素养的绝佳契机。这种技术应用的表层化现象，一方面源于师范生对技术工具的操作不够熟练，另一方面也反映出他们对技术赋能数学学习的教育理念理解不够深入。随着人工智能技术的快速发展，数学教学正在经历深刻的变革，师范生还需要掌握新型智能教学工具的应用，如利用机器学习算法可视化函数变化趋势，甚至通过编程实现导数计算的动态模拟，这为导数教学提供了新的可能性和发展方向。

2.3 跨学科统整能力欠缺

导数在物理、生物、经济学中的广泛应用，本应是激发学生学习动机的良好契机，但师范生的学科融合设计能力却明显不足。某高中的教学观察数据显示，仅12%的课堂涉及跨学科案例。如讲解边际成本时，教师多直接给出 $C'(x)$ 的经济学定义，却未引导学生通过成本函数 $C(x) = 0.5x^2 + 3x + 20$ 的导数计算，自主发现产量增加时的成本变化规律。这种脱离情境的教学，导致学生难以建立“导数作为变化率模型”的学科大观念。实际上，导数在教学中具有桥梁和纽带作用，能够将不同学科的知识有机联系起来。师范生跨学科教学设计能力的提升，需要他们在大学阶段接受系统的跨学科训练，积极参与项目式学习活动，积累丰富的跨学科教学案例资源，从而在未来的教学中能够游刃有余地开展导数应用教学，让学生感受到导数在实际生活中的广泛应用价值。

3. 导数应用的教学价值与师范生内容驾驭能力

高考命题导向深刻揭示了导数工具性的双重价值：它既是解决数学问题的利器，更是承载数学思想的重要载体。师范生需要深度把握其应用逻辑，才能有效地指导学生学

习。对近年来高考试题的分析表明，导数相关试题不仅考查学生的运算求解能力，更注重对其数学思想方法和创新思维能力的考查。

3.1 函数性质分析中的推理论证能力

利用导数研究函数单调性、极值与最值，要求师范生能拆解问题解决的思维链条。以2023年全国新高考I卷为例：已知

$f(x) = a(e^x + a) - x$ ，讨论其单调性。

师范生应引导学生建立如下清晰的分析框架：

1. 定义域优先原则：明确函数 $f(x)$ 的定义域为 R

2. 导数符号关键：对函数求导可得 $f'(x) = ae^x - 1$

3. 分类讨论思想：
当 $a \leq 0$ 时 $f'(x) < 0$ ，函数在整个定义域内单调递减。

当 $a > 0$ 时，由 $f'(x) = 0$ 得 $x = -\ln a$ （此处需引导学生注意定义域的有效性）。

4. 结论表述规范：函数的递减区间为 $(-\infty, -\ln a)$ ，递增区间为 $(-\ln a, +\infty)$

这一过程能够有效培养师范生的逻辑思维能力和解决问题的能力，其关键在于将数学思想（如分类讨论、数形结合）转化为可操作的学习路径。通过这类问题的系统训练，师范生能够逐步掌握函数性质分析的教学要点，形成清晰的教学思路。值得注意的是，近年来高考导数题更加注重与其它知识的综合考查，如2022年全国乙卷第21题将导数与三角函数相结合，这就要求师范生具备更强的知识整合能力和应变能力，能够灵活应对各种复杂的题目类型。尤其需强化对参数取值范围的敏感性，避免因胡罗特殊值导致逻辑断层。

3.2 不等式证明中的模型建构能力

导数在不等式证明中展现强大功能，师范生需掌握模型化策略。例如：求证：

$e^x \geq x + 1$ ($x = 0$ 时取等)，可引导构造辅助函数 $g(x) = e^x - x - 1$ ，通过 $g'(x) = e^x - 1$ 及单调性分析得证。在此过程中，师范生要引导学生观察函数零点与不等式等号成立条件的对应关系，理解“构造辅助函数→分析导数符号→判断单调性→推导函数最值→证明不等式”的完整逻辑链。师范生应着重训练学生“函数化归”思维——将复杂不等式转化为函数单调性问题，此能力在2023年浙江卷

压轴题（证明 $\ln(x+1) > \frac{\arctan x}{x+1}$ ）中得到

充分体现。解题时需先通过移项构造新函数 $h(x) = (x+1)\arctan x - \ln(x+1)$ ，再通过二次求导分析 $h'(x)$ 的单调性，最终证明 $h(x)$ 在定义域内恒正。这类问题要求师范生不仅掌握基本的证明方法，还要能够灵活运用导数工具解决复杂问题。在实际教学中，师范生需要引导学生体会函数思想的核心价值，即通过建立函数模型，将不等关系转化为函数值的变化规律，从而运用导数工具加以解决。这种模型化思维的培养对学生数学核心素养的发展具有重要意义，能够帮助学生提升分析和解决问题的能力。

4. 师范生导数教学能力的发展路径

基于对师范生教学实践的深入反思，我们提出“四维一体”的导数教学能力培养框架。

首先，在知识融合能力方面，师范生需突破学科壁垒，系统性构建导数知识网络。一方面，要通过纵向贯通导数与函数、极限、积分的逻辑链条，强化概念间的本质联系。例如让师范生理解导数与积分之间的互逆关系，以及它们在解决实际问题中的协同作用。另一方面，要借助跨学科问题链设计，实现数学与其他领域的横向关联。比如，在物理学中，导数可以用来描述速度、加速度等物理量的变化；在经济学中，导数可以用于边际分析等。尤其要关联生活场景，如用导数分析人口增长率变化。通过这样的知识融合，师范生能够形成更加全面、系统的知识体系，为教学打下坚实的基础。

其次，场景转化能力的培养强调真实问题数学化训练。例如在新冠疫情期间的病毒传播案例中，师范生需逐步完成建立传播模型（以感染人数 I 为核心变量）、解析导数 $\frac{dI}{dt}$

在该模型中的流行病学意义（如感染率的变化）、通过导数的变化情况评估各种防控措施的效果等。通过这样的训练，师范生能够提升将抽象的数学工具与现实情境深度联结的能力，让学生感受到数学在解决实际问题中的重要作用。

在信息技术能力层面，我们构建了渐进式的三级培养模型。基础操作阶段聚焦于 Geogebra 动态演示技能的实验室实操，让师范生熟练掌握软件的基本操作，能够制作简

单的动态演示课件。深度融合阶段要求师范生设计交互式探究活动，通过微格教学模拟来强化应用能力，例如设计让学生自主操作的探究任务，引导学生通过软件观察函数导数的变化规律。该体系的核心目标在于利用技术实现“不可见数学过程的可视化”，例如动态呈现导函数与原函数的生成关系，帮助学生更好地理解导数的概念和性质。

最后，数学思想渗透能力的深化要求师范生成为数学思想的传递者。要运用数形结合思想，引导学生同步分析函数的符号与图像特征，让学生通过图像直观理解函数的单调性、极值等性质与导数符号之间的关系。通过含参问题（如前文提到的例1的参数讨论）训练学生的分类讨论能力，让学生学会根据不同的参数取值情况进行分析和求解。借助导数优化模型（如“饮料罐表面积最小化设计”）培育学生的模型化思想，让学生学会将实际问题转化为数学模型，并运用导数工具求解最优解。通过这些系统的训练，师范生能够逐步形成自己的教学风格，在未来的导数教学中游刃有余，有效培养学生的数学思维和核心素养。

5. 结论与展望

在“强师计划”背景下，导数教学改革的本质是师范生专业能力的重构。本研究表明：其一，师范生的认知转化能力是突破导数教学瓶颈的关键，需要通过具象化策略将抽象的导数概念转化为可探究的学习任务，让学生能够逐步理解和掌握导数的本质。其二，技术应用应超越简单的演示层面，成为学生发现数学规律的认知工具，通过信息技术与导数教学的深度融合，提升学生的学习兴趣和理解效果。其三，导数教学的核心价值在于发展学科大观念，需要在经济学、物理学等真实情境中彰显数学的实践力量，让学生认识到数学的实用性和重要性。

未来，我们可以进一步探索师范生导数教学中学科教学知识的形成机制，深入研究师范生如何将学科知识转化为教学内容，以及在教学过程中如何根据学生的反应调整教学策略。验证高校教师与中学导师协同的“双师课堂”培养效果，通过高校与中学的合作，让师范生能够在真实的教学环境中得到更好的锻炼和指导。设计人工智能辅助的个性化教学路径，利用人工智能技术为学生提供个性化的学习方案和辅导，同时也为师范生提供教学决策支持。只有持续优化培养体系，

才能使导数教学真正成为培育学生数学核心素养的载体，为基础教育高质量发展注入新的动能。

参考文献

[1]教育部.普通高中数学课程标准（2017年版 2020年修订）[S].北京:人民教育出版社, 2020.

[2] Gavilán J M, García M. Technology in

Teaching the Derivative: A Case Study[J]. Computers & Education, 2021, 168: 104211.

[3]李文磊. APOS 理论下的导数概念教学设计[J].数学教育学报, 2019, 28(3):45-49.

[4]庄建茹.导数在高中数学解题中的应用路径[J].数学通报, 2022(7):32-35.

[5]赵晓斌.师范生信息技术融合能力培养研究[J].教师教育研究, 2023, 35(1):78-84.